1ª Prova - Complementos da Matemática - Noite

1. Demonstre os seguintes teoremas com a técnica indicada:

   (a) $(p \vee \sim q) \wedge q \Rightarrow p$ [tabela verdade];

   (b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$ [técnica dedutiva];

   (c) $\Big((x \geqslant 0) \wedge (xy < 0) \rightarrow (y < 0)\Big) \wedge (y \geqslant 0) \Rightarrow (x < 0) \vee (xy \geqslant 0)$ [técnica dedutiva].

2. Faça a negação lógica da seguinte proposição com quantificadores

   (a) $\forall a \in \mathbb{N},\ \exists b \in \mathbb{N},\ b > a.$

   (b) $\forall \varepsilon > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow |x_n - a| < r.$

3. Em cada uma das frases abaixo: traduza para a linguagem simbólica, a seguir faça a negação e finalmente reescreva essas negações usando o mesmo tipo de linguagem em que foram originalmente enunciadas.

   (a) Existe um número inteiro z tal que, para qualquer número inteiro a tem-se $a + z = a$.

   (b) Para cada número real a, existem números reais b e c tais que $c > 0$ e $b + c = a$.

4. Sejam A e B dois subconjuntos de E. Usando a técnica de demonstração por redução ao absurdo mostre que:

   (a) $\varnothing \subset A$

   (b) Se $\complement_E A \subset \complement_E B$ então $B \subset A$.