3ª Prova de Variáveis Complexas

20/6/2016

1. Encontre o desenvolvimento em série de potências em torno de $z_0 = 0$ das funções abaixo:

   (a) $f(z) = \cos z^2$;

   (b) $g(z) = \dfrac{e^{2z} - 1}{z^2}$;

2. Dê um exemplo de função complexa com:

   (a) singularidade removível no ponto $z_o = i$;

   (b) singularidade essencial no ponto $z_o = i$;

   Justifique seus exemplos com base na definição ou caractrização em série de Laurent.

3. Considere a função
$$f(z) = \frac{1}{z^2 - z^5}.$$

   (a) Encontre a série de Laurent de f em torno do ponto $z_o = 0$ na região $A = \{z; 0 < |z| < 1\}$;

   (b) Encontre a série de Laurent de f em torno do ponto $z_o = 0$ na região $B = \{z; |z| > 1\}$;

4. Considere a função $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{(z^2 + 9)(z - 3i)}$.

   (a) Determine a ordem dos pólos de f;

   (b) Calcule os resíduos de f em cada um de seus pólos

   (c) Calcule $\displaystyle\int_\gamma f(z)dz$, sendo $\gamma(t) = 1 + 4e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$.