Complementos da Matemática - Exercícios de Conjuntos - Lista 2

1. Prove as seguintes afirmações:

   (a) $A - B \subset A$.

   (b) $A \cap B \subset A$.

   (c) $A \cup B \supseteq A$.

   (d) $A \cap B \subset A \cup B$.

   (e) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

   (f) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

   (g) $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$.

   (h) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

   (i) $(A^c)^c = A$.

   (j) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset P(A \cup B)$

   (k) $\mathcal{P}(A \cap B) = P(A) \cap \mathcal{P}(B)$

   (l) $A \cap A^c = \emptyset$.

2. Sejam A, B, C e D conjuntos. Prove as afirmações abaixo.

   (a) $A \subset B^c$ se e somente se $A \cap B = \varnothing$.

   (b) Se $A \cup B = C$ e $A \cap B = \varnothing$ então $B = C - A$.

   (c) $A \subset C$ e $B \subset C$ é equivalente a $A \cup B \subset C$.

   (d) Se $A \subset C$ e $B \subset D$, então $A \cup B \subset C \cup D$.

   (e) Se $A \cap C = A \cap B$ e $A \cup C = A \cup B$, então $B = C$.

   (f) $A - B \subset B$ se e somente se $A - B = \varnothing$.

   (g) $A \cup B \neq \varnothing$ se e somente se $A \neq \varnothing$ ou $B \neq \varnothing$.

   (h) $A = B$ se e somente se $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

   (i) $A \cap B = \varnothing$ se e somente se $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \varnothing$

3. Sejam A, B e C conjuntos. Prove as seguintes proposições:

   (a) Se A está contido em B, então $A \cap B^c = \varnothing$.

   (b) $A \cup (A \cap B) = A$.

   (c) $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$.

   (d) Se $A \cap C = \varnothing$ então $A \cap (B \cup C) = A \cap B$.

   (e) Se $A \subset B$ então $A = B - (B - A)$.

   (f) $B = (B \cap A) \cup (B \cap A^c)$