

## 2ª Prova de Análise na Reta

17/10/2019

Essa prova é composta de duas partes:

1. Entregue 4 questões resolvidas até às 21h (2 de derivação e 2 de integração).
2. Enviar a resolução escaneada de todas as questões até às 24h de domingo, 20/out, para o endereço: [analise.na.reta.ufpr@gmail.com](mailto:analise.na.reta.ufpr@gmail.com).

### Derivação

1. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável. Se  $c \in \mathbb{R}$  é um ponto de ponto de mínimo local de  $f$ , mostre que  $f'(c) = 0$ ;
2. Sejam  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua em  $[a, b]$  e derivável em  $(a, b)$ .
  - a) Se  $f'(x) = 0$ , para  $x \in \mathbb{R}$ , mostre que  $f$  é constante;
  - b) Se  $f'(x) > 0$ , para  $x \in (a, b)$ , mostre  $f$  é crescente.
3. Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
  - a) Use o teorema do valor intermediário para provar que  $f$  possui uma raiz real;
  - b) Use o teorema do valor médio para provar que  $f$  possui uma única raiz real.

### Integral de Riemann

4. Seja  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x \in (0, 1]. \end{cases}$$

Prove que  $f$  é integrável e calcule sua integral.

5. Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua e não negativa. Se existe  $c \in [a, b]$  tal que  $f(c) > 0$ , mostre que

$$\int_a^b f(x) dx > 0.$$

6. Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua e  $g : [c, d] \rightarrow [a, b]$  uma função derivável com derivada contínua. Mostre que

$$\int_{g(c)}^{g(d)} f(x) dx = \int_c^d f(g(t)) g'(t) dt$$