3ª Prova de Fundamentos de Análise - Noite

13/06/2019

Entregue 4 questões resolvidas até às 15h30.

1. Seja $\sum a_n$ uma série convergente de termos não negativos e (b_n) uma sequência com limite $\lim b_n = \sqrt{2}$. Prove que a série $\sum (a_n b_n)$ converge.

2. Seja $\sum a_n$ uma série convergente com $a_n \geq 0$. Mostre que:
   (a) $\lim a_n = 0$;
   (b) A série $\sum a_n^k$ converge, qualquer que seja $k \in \mathbb{N}$.

3. Se $\sum a_n$ é uma série convergente de termos não negativos.
   (a) Mostre que $\sum \frac{a_n}{n}$ converge;
   (b) Dê um exemplo para mostrar que a recíproca é falsa.

4. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n!}$. Encontre uma expressão para a sequência de somas parciais (S_n) e use tal expressão para mostrar que essa série converge e tem soma igual a 1.

5. Verifique se as séries abaixo são convergentes ou divergentes:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}; \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$$

6. Verifique se as séries abaixo são convergentes. Além disso, verifique se esta convergência é absoluta ou condicional.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\, n}{n^2+1}; \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n^3+4}.$$