UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Lista de exercícios de Análise Numérica I (PPGMA)
Professor : Luiz Carlos Matioli

NOTA: Os exercícios 2, 3, 4, e 6 devem ser entregues até a próxima aula, dia 04/11/2019 .

1. Considere os pontos $(x_0, f_0), (x_1, f_1), \dots, (x_n, f_n)$ com x_i distintos e $p(x)$ um polinômio de grau menor ou igual a n que interpola os pontos dados. Mostre que o polinômio interpolador é único. (ver Stewart pg. 138)

2. Considere $p(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1)$ $+ c_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \cdots + c_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$, use $p(x_2)$ para mostrar que $c_2 = f[x_0, x_1, x_2)$ (livro Burden pg. 126).

3. Desenvolva o algoritmo da divisão sintética (Horner) para avaliar o polinômio de Newton em um ponto dado (como foi feito em aula para o polinômio na base canônica).

4. Dados os pontos $(-1, 1), (0, 1), (1, 2), (2, 0)$, determine o polinômio interpolador cúbico usando

   (i) a base canônica

   (ii) a base de Lagrange

   (iii) a base de Newton

   Mostre que as tres representações fornecem o mesmo polinômio.

5. Determinar, pelo método de Lagrange, o polinômio que interpola os pontos (0,0), (1,1) e (4,2).

6. Dados

w	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
f(w)	0.905	0.819	0.67	0.549	0.449	0.407

x	1	1.2	1.4	1.7	1.8
g(x)	0.210	0.320	0.480	0.560	0.780

   Calcule o valor aproximado de x tal que $f(g(x)) = 0.6$, usando um polinômio interpolador de grau 2. Repita o processo para um polinômio de grau 1. É possível tirar alguma conclusão? Justifique.

7. (a) Considere o polinômio linear $p(x)$ que interpola x_0 e x_1. Supondo que $|f''(x)| \leq M$ mostre que o erro para $x \in [x_0, x_1]$ é limitado por $M\dfrac{(x_1 - x_0)^2}{8}$ (Stewart pg. 150).

   (b) Considere $f(x) = sen(x)$ e $h = x_1 - x_0$. Determine um limite para h tal que que a aproximação tenha uma precisão de 10^{-4} (idem).

8. Mostre que o polinômio de Hermite $H_{2n+1}(x)$ é o único polinômio de grau mínimo que coincide com f e f' em $x_0, x_1, \ldots, x_n$ (Burden - exercício 11 pg. 134).

9. (exercício 5 livro do Burden) (a) Use os valores da tabela a seguir e aritmética de arredondamento de cinco algarismos para construir o polinômio interpolador de Hermite e aproximar $sen(0.34)$.

   (b) Determine um limitante do erro para a aproximação na parte (a) e compare-o com o erro real.

x	$sen(x)$	$D_x sen(x) = cos(x)$
0.30	0.29552	0.95534
0.32	0.31457	0.94924
0.35	0.34290	0.93937

10. Considere a função de distribuição de probalidade normal padrão definida por

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

cujos valores são mostrados na tabela a seguir

z	N(z)
0.0	0.5
0.5	0.69146
1.0	0.84134
1.5	0.93319
2.0	0.97725
2.5	0.99379
3.0	0.99865

(a) Calcular $p_n(0.3)$ utilizando polinômios interpoladores de gauss $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

(b) Interpolar $z = 0.3$ utilizando um polinômio cúbico.