

Dada uma reta r paralela a um plano π , a distância d da reta ao plano é a distância de um ponto qualquer da reta ao plano, isto é,

$$d(r, \pi) = d(P_0, \pi) \text{ com } P_0 \in r.$$

problema resolvido em 6.4.

Nota

O cálculo de distâncias (distância entre dois pontos, distância de ponto à reta e distância entre retas paralelas) no plano não será objeto de estudo neste livro por pertencer ao currículo do 2º grau.

6.7 Problemas Propostos

- 1) Mostrar que o ponto $P_1(2, 2, 3)$ é equidistante dos pontos $P_2(1, 4, -2)$ e $P_3(3, 7, 5)$.
- 2) Determinar, no eixo das ordenadas, um ponto equidistante de $A(1, 1, 4)$ e $B(-6, 6, 4)$.
- 3) Calcular:

a) a distância do ponto $P(1, 2, 3)$ à reta

$$r: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

b) a distância do ponto $P(1, 2, 3)$ a cada um dos eixos coordenados

- 4) Seja o triângulo ABC de vértices $A(-3, 1, 4)$, $B(-4, -1, 0)$ e $C(-4, 3, 5)$.

Calcular a medida da altura relativa ao lado BC.

- 5) Calcular a distância entre as retas r e s nos seguintes casos:

$$a) \quad r: \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \begin{cases} y = 3 \\ z = 2x \end{cases}$$

b) r passa pelos pontos $A(1, 0, 1)$ e $B(-1, -1, 0)$ e s pelos pontos $C(0, 1, -2)$ e $D(1, 1, 1)$

$$c) \quad r: \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad e \quad s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$d) \quad r: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -t \end{cases} \quad e \quad s: \text{eixo dos } x$$

$$e) \quad r: x = y = z - 2 \quad e \quad s: \begin{cases} y = x + 1 \\ z = x - 3 \end{cases}$$

6) Determinar a distância do ponto $P(2, -1, 2)$ a cada um dos planos:

a) $\pi: 2x - 2y - z + 3 = 0$

b) $\pi: x + y + z = 0$

c) $\pi: 2x + y = 3$

7) Achar a distância do ponto $P(2, -3, 5)$ ao plano

$$\pi: 3x + 2y + 6z - 2 = 0.$$

8) Achar a distância da origem a cada um dos planos

a) $\pi: 3x - 4y + 20 = 0$

$$b) \quad \pi: \begin{cases} x = 2 - h + 2t \\ y = 1 + 3h - t \\ z = -t \end{cases}$$

9) Dado o tetraedro de vértices $A(1, 2, 1)$, $B(2, -1, 1)$, $C(0, -1, -1)$ e $D(3, 1, 0)$, calcular a medida da altura baixada do vértice D ao plano da face ABC .

10) Escrever as equações dos planos paralelos ao plano $\pi: 3x - 2y - 6z - 5 = 0$ que distam 5 unidades da origem.

11) Calcular a distância entre os planos paralelos:

a) $\pi_1: 2x + 2y + 2z - 5 = 0$ e $\pi_2: x + y + z - 3 = 0$

b) $\pi_1: x - 2z + 1 = 0$ e $\pi_2: 3x - 6z - 8 = 0$

12) Determinar a distância da reta

$$r: \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

a) ao plano xOz

b) ao plano yOz

c) ao eixo dos z

d) ao plano $\pi: x + y - 12 = 0$

6.7.1 Respostas dos Problemas Propostos

1) $d(P_1, P_2) = \sqrt{30} = d(P_1, P_3)$

2) $(0, 7, 0)$

3) a) 2 ; b) $\sqrt{13}, \sqrt{10}, \sqrt{5}$

4) $\frac{\sqrt{3157}}{41}$

5) a) $\frac{3}{\sqrt{6}}$; b) $\frac{5}{\sqrt{35}}$; c) $2\sqrt{2}$

d) $\frac{2}{\sqrt{10}}$; e) $\frac{\sqrt{186}}{3}$

6) a) $\frac{7}{3}$; b) $\sqrt{3}$; c) 0

7) 4

8) a) 4 ; b) $\frac{7}{\sqrt{35}}$

9) $\frac{8}{\sqrt{19}}$

10) $3x - 2y - 6z \pm 35 = 0$

11) a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; b) $\frac{11}{3\sqrt{5}}$

12) a) 4 ; b) 3
c) 5 ; d) $\frac{5}{\sqrt{2}}$