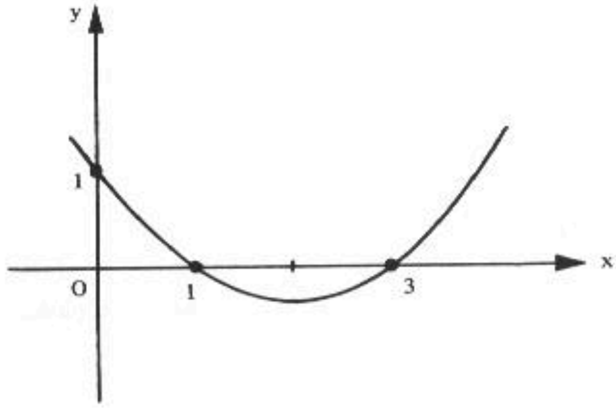

As coordenadas dos pontos devem satisfazer a equação desta parábola, isto é:

$$\begin{cases} 1 = a(0)^2 + b(0) + c \\ 0 = a(1)^2 + b(1) + c \\ 0 = a(3)^2 + b(3) + c \end{cases}$$

ou:

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0, \end{cases}$$

sistema cuja solução é $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{4}{3}$ e $c = 1$.

Logo, a equação da parábola é:

$$y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$$

7.1.6 Problemas Propostos

Em cada um dos problemas 1 a 18, estabelecer a equação de cada uma das parábolas, sabendo que:

1) vértice: $V(0, 0)$; diretriz d: $y = -2$

2) foco: $F(2, 0)$; diretriz $d: x + 2 = 0$

3) vértice: $V(0, 0)$; foco: $F(0, -3)$

4) vértice: $V(0, 0)$; foco: $F(-3, 0)$

5) foco: $F(0, -1)$; $d: y - 1 = 0$

6) vértice: $V(0, 0)$; simetria em relação ao eixo dos y e passando pelo ponto $P(2, -3)$.

7) vértice: $V(-2, 3)$; foco: $F(-2, 1)$

8) vértice: $V(2, -1)$; foco: $F(5, -1)$

9) vértice: $V(4, 1)$; diretriz $d: x + 4 = 0$

10) vértice: $V(0, 0)$; eixo $y = 0$; passa por $(4, 5)$.

11) vértice: $V(-4, 3)$; foco: $F(-4, 1)$.

12) foco: $F(2, 3)$; diretriz: $y = -1$

13) foco: $F(6, 4)$; diretriz: $y = -2$

14) foco: $F(3, -1)$; diretriz: $x = \frac{1}{2}$

15) vértice: $V(1, 3)$; eixo paralelo ao eixo dos x, passando pelo ponto $P(-1, -1)$.

16) eixo de simetria paralelo ao eixo dos y e passa pelos pontos $A(0, 0)$, $B(1, 1)$ e $C(3, 1)$.

17) eixo de simetria paralelo ao eixo dos y e passa pelos pontos $P_1(0, 1)$, $P_2(1, 0)$ e $P_3(2, 0)$.

18) eixo paralelo a $y = 0$ e passa por $P_1(-2, 4)$, $P_2(-3, 2)$ e $P_3(-11, -2)$.

Em cada um dos problemas 19 a 34, determinar o vértice, o foco, uma equação para a diretriz e uma equação para o eixo da parábola de equação dada. Esboçar o gráfico.

19) $x^2 = -12y$

20) $y^2 = -100x$

21) $x^2 = 10y$

22) $y^2 - x = 0$

23) $y^2 = -3x$

24) $x^2 + 4x + 8y + 12 = 0$

25) $x^2 - 2x - 20y - 39 = 0$

26) $y^2 + 4y + 16x - 44 = 0$

27) $y^2 + 2y - 16x - 31 = 0$

28) $y^2 - 16x + 2y + 49 = 0$

29) $y^2 - 12x - 12 = 0$

30) $y = x^2 - 4x + 2$

31) $x^2 = 12(y - 6)$

32) $y = 4x - x^2$

33) $8x = 10 - 6y + y^2$

34) $6y = x^2 - 8x + 14$

7.1.6.1 *Respostas dos problemas propostos*

1) $x^2 = 8y$

2) $y^2 = 8x$

3) $x^2 = -12y$

4) $y^2 = -12x$

5) $x^2 = -4y$

6) $3x^2 + 4y = 0$

7) $x^2 + 4x + 8y - 20 = 0$

8) $y^2 + 2y - 12x + 25 = 0$

9) $y^2 - 2y - 32x + 129 = 0$

10) $4y^2 - 25x = 0$

11) $x^2 + 8x + 8y - 8 = 0$

12) $(x - 2)^2 = 8(y - 1)$

13) $(x - 6)^2 = 12(y - 1)$

14) $(y + 1)^2 = 5(x - \frac{7}{4})$

15) $(y - 3)^2 = -8(x - 1)$

16) $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x$

17) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$

18) $x = -\frac{1}{4}y^2 + 2y - 6$

19) $V(0, 0)$, $F(0, -3)$, $y = 3$, $x = 0$

20) $V(0, 0)$, $F(-25, 0)$, $x = 25$, $y = 0$

21) $V(0, 0)$, $F(0, \frac{5}{2})$, $y = -\frac{5}{2}$, $x = 0$

22) $V(0, 0)$, $F(\frac{1}{4}, 0)$, $x = -\frac{1}{4}$, $y = 0$

23) $V(0, 0)$, $F(-\frac{3}{4}, 0)$, $x = \frac{3}{4}$, $y = 0$

24) $V(-2, -1)$, $F(-2, -3)$, $y = 1$, $x = -2$

25) $V(1, -2)$, $F(1, 3)$, $y = -7$, $x = 1$

26) $V(3, -2)$, $F(-1, -2)$, $x = 7$, $y = -2$

27) $V(-2, -1)$, $F(2, -1)$, $x = -6$, $y = -1$

28) $V(3, -1)$, $F(7, -1)$, $x = -1$, $y = -1$

29) $V(-1, 0)$, $F(2, 0)$, $x = -4$, $y = 0$

30) $V(2, -2)$, $F(2, -\frac{7}{4})$, $y = -\frac{9}{4}$, $x = 2$

31) $V(0, 6)$, $F(0, 9)$, $y = 3$, $x = 0$

32) $V(2, 4)$, $F(2, \frac{15}{4})$, $4y - 17 = 0$, $x - 2 = 0$

33) $V(\frac{1}{8}, 3)$, $F(\frac{17}{8}, 3)$, $8x + 15 = 0$, $y - 3 = 0$

34) $V(4, -\frac{1}{3})$, $F(4, \frac{7}{6})$, $6y + 11 = 0$, $x - 4 = 0$

7.2 A Elipse

Elipse é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.

Consideremos no plano dois pontos distintos, F_1 e F_2, tal que a distância $d(F_1, F_2) = 2c$. Seja um número real a tal que $2a > 2c$.

Ao conjunto de todos os pontos P do plano tais que:

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

ou:

$$|\overrightarrow{PF_1}| + |\overrightarrow{PF_2}| = 2a$$

dá-se o nome de elipse (Fig. 7.2-a).

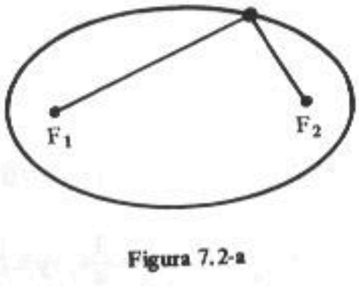

Figura 7.2-a

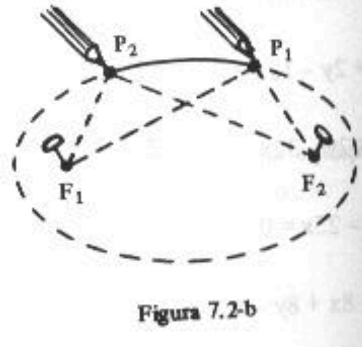

Figura 7.2-b