

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Lista de exercícios de Análise Numérica I (PPGMNE)
Professor : Luiz Carlos Matioli

NOTA: Os exercícios 2, 3, 5, 6 e 7 devem ser entregues até a próxima aula, dia 25/11/19.

1. Desenvolver a regra dos trapézios simples usando o polinômio de Newton de grau 1 ao invés dos polinômios de Lagrange. Idem para a regra de Simpson para polinômios de grau 2.
2. Considere $\int_{-1}^1 f(x)dx \sim w_0f(x_0) + w_1f(x_1)$, a base canônica $\{1, x, x^2, x^3\}$, w_0, w_1, x_0, x_1 incógnitas e resolva o sistema não linear gerado pelo método similar ao dos coeficientes indeterminados (compare o resultado com quadratura de Gauss-Legendre de dois pontos vista em aula).
3. (Livro Burden pg. 188 da 8ª edição) A fórmula de quadratura $\int_{-1}^1 f(x)dx = c_0f(-1) + c_1f(0) + c_2f(1)$ é exata para todos os polinômios de grau menor ou igual a 2. Determine c_0, c_1 e c_2 .

4. Determine uma aproximação para a integral $\int_{-2}^2 e^{x^2/2} dx$ usando a quadratura de Gauss-Legendre de dois pontos.

5. Os primeiros polinômios de Laguerre

$$p_0(x) = 1,$$

$$p_1(x) = 1 - x,$$

$$p_2(x) = x^2 - 4x + 2 \text{ e}$$

$$p_3(x) = -x^3 + 9x^2 - 18x + 6$$

são ortogonais com relação ao produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_0^{\infty} e^{-x} f(x)g(x)dx.$$

Encontre uma fórmula de integração para $\int_0^{\infty} e^{-x} f(x)dx$ exata para polinômios de grau até 3.

6. Aplique a fórmula encontrada no exercício anterior para aproximar $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$.
7. (Livro: Ruggiero/Lopes, ex. 17 pg. 315) Considere a integral:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

- (a) Estime I pela regra de Simpson usando $h = 0.25$.
- (b) Estime I por Quadratura Gaussiana com 2 pontos.
- (c) Sabendo que o valor exato de I (usando 5 casas decimais) é 0.74682, pede-se:
 - (c1) compare as estimas obtidas em (a) e (b)
 - (c2) quantos pontos seriam necessários para que a regra dos Trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa para I em (b)?