Sendo:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 9 + 7$

$c = 4,$

os focos são: $F_1(-6, 3)$ e $F_2(2, 3)$.

7.3.4 Problemas Propostos

Em cada um dos problemas 1 a 10, determinar os vértices, os focos e a excentricidade das hipérboles dadas. Esboçar o gráfico.

1) $\dfrac{x^2}{100} - \dfrac{y^2}{64} = 1$

2) $\dfrac{y^2}{100} - \dfrac{x^2}{64} = 1$

3) $9x^2 - 16y^2 = 144$

4) $4x^2 - 5y^2 + 20 = 0$

5) $x^2 - 2y^2 - 8 = 0$

6) $3x^2 - y^2 + 3 = 0$

7) $x^2 - y^2 = 1$

8) $x^2 - y^2 = 2$

9) $y^2 - 4x^2 = 1$

10) $2y^2 - 4x^2 = 1$

Em cada um dos problemas 11 a 24, determinar a equação da hipérbole que satisfaz as condições dadas.

11) focos $F(\pm 5, 0)$, vértices $A(\pm 3, 0)$

12) focos $F(0, \pm 3)$, vértices $A(0, \pm 2)$

13) vértices $A(\pm 4, 0)$, passando por $P(8, 2)$

14) centro $C(0, 0)$, eixo real sobre Oy, $b = 8$ e excentricidade $\frac{5}{3}$

15) focos $F(0, \pm 5)$, comprimento do eixo imaginário 4

16) vértices $A(\pm 3, 0)$, equações das assíntotas $y = \pm 2x$

17) vértices em $(5, -2)$ e $(3, -2)$, um foco em $(7, -2)$

18) vértices em $(5, 5)$ e $(5, -1)$, excentricidade $e = 2$

19) centro $C(5, 1)$, um foco em $(9, 1)$, eixo imaginário mede $4\sqrt{2}$

20) focos $F_1(-1, -5)$ e $F_2(5, -5)$, hipérbole eqüilátera

21) vértices $A_1(-3, -4)$ e $A_2(-3, 4)$, hipérbole eqüilátera

22) centro $C(2, -3)$, eixo real paralelo a Oy, passando por $(3, -1)$ e $(-1, 0)$

23) centro $C(-2, 1)$, eixo real paralelo a Ox, passando por $(0, 2)$ e $(-5, 6)$

24) focos em $(3, 4)$ e $(3, -2)$, excentricidade $e = 2$

Em cada um dos problemas 25 a 30, determinar o centro, os vértices, os focos e a excentricidade das hipérboles dadas. Esboçar o gráfico.

25) $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$

26) $x^2 - 4y^2 + 6x + 24y - 31 = 0$

27) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$

28) $4x^2 - y^2 - 32x + 4y + 24 = 0$

29) $9x^2 - y^2 + 36x + 6y + 63 = 0$

30) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$

31) Obter a equação reduzida resultante de uma translação de eixos, classificar, dar os elementos e representar graficamente as equações:

a) $x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 36 = 0$

b) $x^2 - y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$

c) $y^2 - 8x + 6y + 17 = 0$

d) $3x^2 + 2y^2 - 12x + 8y + 19 = 0$

e) $x^2 + 2x + 8y - 15 = 0$

f) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 45 = 0$

g) $9y^2 - 25x^2 - 90y - 50x = 25$

7.3.4.1 *Respostas dos problemas propostos*

1) $A(\pm 10, 0)$, $F(\pm 2\sqrt{41}, 0)$, $e = \dfrac{\sqrt{41}}{5}$

2) $A(0, \pm 10)$, $F(0, \pm 2\sqrt{41})$, $e = \dfrac{\sqrt{41}}{5}$

3) $A(\pm 4, 0)$, $F(\pm 5, 0)$, $e = \dfrac{5}{4}$

4) $A(0, \pm 2)$, $F(0, \pm 3)$, $e = \dfrac{3}{2}$

5) $A(\pm 2\sqrt{2}, 0)$, $F(\pm 2\sqrt{3}, 0)$, $e = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

6) $A(0, \pm\sqrt{3})$, $F(0, \pm 2)$, $e = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

7) $A(\pm 1, 0)$, $F(\pm\sqrt{2}, 0)$, $e = \sqrt{2}$

8) $A(\pm\sqrt{2}, 0)$, $F(\pm 2, 0)$, $e = \sqrt{2}$

9) $A(0, \pm 1)$, $F(0, \pm \frac{\sqrt{5}}{2})$, $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$

10) $A(0, \pm \frac{\sqrt{2}}{2})$, $F(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$, $e = \frac{\sqrt{6}}{2}$

11) $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

12) $4x^2 - 5y^2 + 20 = 0$

13) $x^2 - 12y^2 - 16 = 0$

14) $16y^2 - 9x^2 - 576 = 0$

15) $\frac{y^2}{21} - \frac{x^2}{4} = 1$

16) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

17) $8x^2 - y^2 - 64x - 4y + 116 = 0$

18) $x^2 - 3y^2 - 10x + 12y + 40 = 0$

19) $x^2 - y^2 - 10x + 2y + 16 = 0$

20) $2x^2 - 2y^2 - 8x - 20y - 51 = 0$

21) $x^2 - y^2 + 6x + 25 = 0$

22) $5x^2 - 8y^2 - 20x - 48y - 25 = 0$

23) $24x^2 - 5y^2 + 96x + 10y = 0$

24) $12y^2 - 4x^2 - 24y + 24x - 51 = 0$

25) $C(1, -2)$, $A_1(-1, -2)$, $A_2(3, -2)$, $F(1 \pm \sqrt{13}, -2)$, $e = \frac{\sqrt{13}}{2}$

26) $C(-3, 3)$, $A_1(-5, 3)$, $A_2(-1, 3)$, $F(-3 \pm \sqrt{5}, 3)$, $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$

27) $C(3, 1)$, $A_1(3, -2)$, $A_2(3, 4)$, $F(3, 1 \pm \sqrt{13})$, $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$

28) $C(4, 2)$, $A_1(1, 2)$, $A_2(7, 2)$, $F(4 \pm 3\sqrt{5}, 2)$, $e = \sqrt{5}$

29) $C(-2, 3)$, $A_1(-2, -3)$, $A_2(-2, 9)$, $F(-2, 3 \pm 2\sqrt{10})$, $e = \frac{\sqrt{10}}{3}$

30) $C(2, -1)$, $A_1(2, -5)$, $A_2(2, 3)$, $F_1(2, -6)$, $F_2(2, 4)$, $e = \frac{5}{4}$

31) *a*) $\frac{x'^2}{4} + y'^2 = 1$, elipse, eixo maior 4, eixo menor 2, focos $F(2 \pm \sqrt{3}, 3)$

b) $x'^2 - y'^2 = 1$, hipérbole, eixo real 2, eixo imaginário 2, $F(4 \pm \sqrt{2}, -2)$

c) $y'^2 = 8x'$, parábola, $p = 4$, diretriz: $x = -1$, $F(3, -3)$

d) $3x'^2 + 2y'^2 = 1$, elipse, eixo maior $\sqrt{2}$, eixo menor $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $F(2, -2 \pm \frac{\sqrt{6}}{6})$

e) $x'^2 = -8y'$, parábola, $p = -4$, $F(-1, 0)$, diretriz: $y = 4$

f) $\frac{x'^2}{4} - \frac{y'^2}{9} = 1$, hipérbole, eixo real 4, eixo imaginário 6, $F(3 \pm \sqrt{13}, 0)$

g) $\frac{y'^2}{25} - \frac{x'^2}{9} = 1$, hipérbole, eixo real 10, eixo imaginário 6, $F(-1, 5 \pm \sqrt{34})$.

Observação – A equação geral do 2º grau a duas variáveis, $ax^2 + by^2 + 2cxy + dx + ey + f = 0$, onde pelo menos um dos coeficientes a, b, c é diferente de zero, representa uma parábola, uma elipse ou uma hipérbole e será estudada como aplicação das formas quadráticas no plano em **Álgebra Linear***.

* Ver Capítulo 7 de Álgebra Linear, **Editora McGraw-Hill, dos autores.**