PROJETO II

Implementação do Método de Lagrangeano aumentado para uma aplicação real.

O problema consiste em encontrar a menor distância (distância mínima) de um ponto $p \in \mathbb{R}^n$ ao conjunto $C = \{x \in \mathbb{R}^n \ : \ a^T x = b\}$. Em duas dimensões os pontos do conjunto C é uma reta, em três dimensões é um plano e, no caso geral, é chamado um *hiperplano*. O problema da menor distância pode ser escrito como

$$(P) \qquad \begin{array}{ll} \text{minimizar} & \frac{1}{2}||x-p||^2 \\ \text{sujeito a} & a^T x = b. \end{array}$$

Diferentemente da maioria dos problemas de programação não linear, o problema (P) tem uma solução dada por uma fórmula fechada (se convencer disso por KKT), a qual é dada por:

$$\bar{x} = p + \frac{b - a^T p}{a^T a} a.$$

Desta forma, o PROJETO II consiste em implementar o método de Lagrangeano aumentado estudado em aula, para resolver o problema (P). Para isso, deverá utilizar os métodos do PROJETO I para resolver os subproblemas irrestritos gerados a cada passo do algoritmo de Lagrangeano aumentado.

Execute o algoritmo Implementado para as seguintes variações:

1. $x \in \mathbb{R}^2$, $b = 8$, $a = (2,1)^T$ e $p = (10,7)^T$.
2. $x \in \mathbb{R}^2$, $b = 8$, a=$(-3/5, 2)^T$ e $p = (10,7)^T$.
3. $x \in \mathbb{R}^{10}$, $b = 10$, a= $(5,5,5,5,5,5,5,5,5,5)^T$ e $p = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)^T$.

Em todos os métodos você deverá armazenar:
(i) o número de iterações executadas pelo algoritmo.
(ii) o tempo de CPU em segundos.
(ii) o erro $e = ||\hat{x} - \bar{x}||$, em que $\hat{x}$ e $\bar{x}$ são, respectivamente, a solução encontrada pelo método e a solução exata dada acima.

Além disso, você deverá:

- argumentar porque a solução do item (2) conincide com o próprio ponto.

- dar sua opinião sobre o desempenho dos métodos e, se possível, dizer qual obteve o melhor desempenho, segundo os critérios utilizados.