Cálculo 2

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 3: Curvas e campos

Exercício 1 *Uma partícula desloca-se no espaço com equações paramétricas* $x = x(t)$, $y = y(t)$ *e* $z = z(t)$ *de tal forma que*

$$x'(t) = \sqrt{2}, \ y'(t) = \sqrt{2} \ \text{ e } \ z''(t) = -2.$$

Sabe-se ainda que $z'(0) = 2$ *e que* $(x(0), y(0), z(0)) = (0, 0, 0)$.

(a) *Qual a posição da partícula num instante* t*?*

(b) *Determine o instante* T *no qual a partícula volta a tocar o plano* xy.

(c) *Qual o espaço percorrido entre os instantes* $t = 0$ *e* $t = T$*?*

Exercício 2 *Dê um exemplo de duas curvas* γ *e* β *que possuem o mesmo traço, ou seja,* $Im(\gamma) = Im(\beta)$, *mas possuem comprimentos distintos.*

Exercício 3 *Sejam* a *e* b *dois números reais, com* $a > 0$ *e* $b < 0$. *Considere a curva* $\gamma(t) = (ae^{bt}cos(t), ae^{bt}sen(t))$ *definida em* $\mathbb{R}$.

(a) *Mostre que quando* $t \to \infty$, *tem-se* $\gamma(t) \to 0$.

(b) *Faça um esboço do traço de* γ;

(c) *Mostre que* $\gamma'(t) \to (0, 0)$, *quando* $t \to \infty$ *e, além disso, o limite*

$$\lim_{t \to \infty} \int_{t_0}^{t} |\gamma'(t)| dt$$

é finito. Isso significa que γ *tem comprimento finito no intervalo* $[t_0, \infty)$.

Obs: Dada uma curva $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$, *definimos* $\lim_{t\to\infty} f(t)$ *pondo*

$$\lim_{t \to \infty} f(t) \doteq \left(\lim_{t \to \infty} f_1(t), \ldots, \lim_{t \to \infty} f_n(t) \right),$$

se cada um dos limites $\lim_{t\to\infty} f_j(t)$ *existe. (O caso* $\lim_{t\to-\infty} f(t)$ *é análogo)*