

Cálculo 2

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 6: Classificação de pontos críticos

Exercício 1 Determine os pontos de máximo e mínimo das funções abaixo:

(a) $f(x, y) = x^2 + 3xy + 4y^2 - 6x + 2y$;

(b) $f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 - 5x$;

(c) $f(x, y) = x^5 + y^5 - 5x + -5y$;

Exercício 2 Determine o ponto do plano $x + 2y - z = 4$ que se encontra mais próximo da origem.

Exercício 3 (Método dos mínimos quadrados) Dados n pares de números $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$, com $n \geq 3$, em geral não existirá uma função real $f(x) = \alpha x + \beta$ cujo gráfico passe por todos esses n pontos. Entretanto, podemos determinar f de modo que a soma dos quadrados dos erros $f(a_i) - b_i$ seja mínima. Com base nessas informações determine α e β tais que a soma

$$E(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n [f(a_i) - b_i]^2$$

seja mínima.

Exercício 4 Determine, pelo método dos mínimos quadrados, a reta que melhor se ajusta aos pontos:

(a) $(1, 3), (2, 7)$ e $(3, 8)$;

(b) $(0, 1), (1, 3), (2, 3)$ e $(3, 4)$;

Exercício 5 Determinado produto apresenta uma demanda y (em milhares) quando o preço, por unidade, é x (em reais). Foram observados os seguintes dados:

x	y
5	100
6	98
7	95
8	94

(A tabela diz que ao preço unitário de 5 reais a demanda foi de 100.000 unidades....)

(a) Determine, pelo método dos mínimos quadrados, a reta que melhor se ajusta aos dados observados.

(b) utilizando a reta encontrada no item a), faça uma previsão para a demanda quando o preço, por unidade, for 10 reais.

Exercício 6 *Determinada empresa produz dois produtos cujas quantidade é representada por x e y . Tais produtos são oferecidos ao mercado consumidor a preços unitários p_1 e p_1 , respectivamente, conforme as equações*

$$p_1(x) = 120 - 2x \quad e \quad p_2(x) = 200 - y.$$

O custo total da empresa para produzir e vender quantidades x e y é dado por

$$C(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2xy.$$

Admitindo que toda a produção é vendida, determine a produção que maximiza o lucro.