

Complementos de Matemática

CM 024 - TN1- Administração

Professor:

**Fernando de Ávila Silva**

Departamento de Matemática - UFPR

**LISTA: Funções e Derivadas**

Esta lista está baseada nos exercícios do livro *Cálculo* de Deborah Hughes-Hallett.

---

Você pode pular os exercícios que abordam temas não discutidos em sala.

---

## PROBLEMAS DE REVISÃO PARA O CAPÍTULO UM

- Um carro parte devagar e depois anda cada vez mais rápido até furar um pneu. Esboce um possível gráfico da distância percorrida pelo carro em função do tempo.
- Saí de casa apressado e, logo em seguida, me dei conta de que havia esquecido de desligar a máquina de lavar; então voltei para desligá-la e saí imediatamente. Esboce um gráfico da minha distância de casa em função do tempo.
- O gráfico da Fig. 1.91 mostra como varia o consumo de gás de cozinha, durante um período de 24 horas, em uma residência em Ancara, capital da Turquia. Dê uma possível explicação para a forma do gráfico.

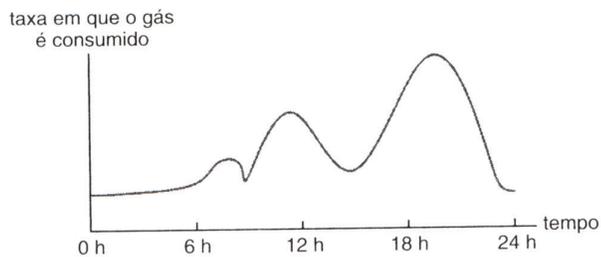


Fig. 1.91

- Esboce um possível gráfico para uma função que é sempre decrescente, côncava para cima para  $x$  negativo, e côncava para baixo para  $x$  positivo.
- Considere o gráfico da Fig. 1.92.

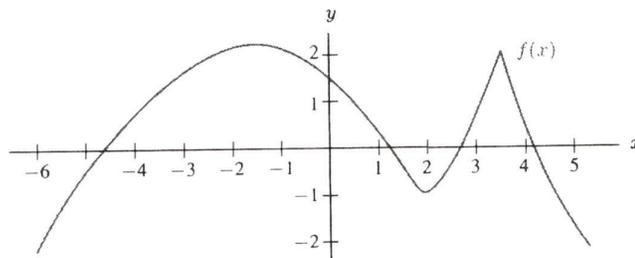


Fig. 1.92

- Quantos zeros tem a função? Dê suas localizações aproximadas.
  - Dê valores aproximados para  $f(2)$  e  $f(4)$ .
  - A função é crescente ou decrescente na vizinhança de  $x = -1$ ? E na vizinhança de  $x = 3$ ?
  - O gráfico é côncavo para cima ou para baixo na vizinhança de  $x = 2$ ? E na vizinhança de  $x = -4$ ?
  - Dê os intervalos (aproximados) onde a função é crescente.
- A Tabela 1.26 fornece a temperatura média de Wallingford, em Connecticut (EUA), durante os primeiros 10 dias do mês de março de 1990.
    - Ao longo de quais intervalos a temperatura média estava crescendo? E decrescendo?

(b) Enc  
cenc  
a ter

### TABELA 1

Datas em ma

Temperatura

- Para fir  
geladei  
é a de c  
guns ar  
linear".  
perde c  
tempo.
- Um avi  
rente) p  
mo tota  
envolv
- Esboce  
gráficc  
  - O t  
em
  - A t
- Se  $f(x)$   
  - $f$
- Para  $g$   
  - $g$
- Para  $f$   
  - $f$
  - $j$
  - $C$
- Esboce  
várias  
  - $f(x)$
  - $f(x)$
  - $f(x)$
  - $f(x)$
  - $f(x)$
- Quanc  
em qt  
  - Es  
de
  - O

- (b) Encontre um par de intervalos consecutivos, ao longo dos quais a temperatura média estava crescendo a uma taxa decrescente. Encontre outro par de intervalos consecutivos ao longo dos quais a temperatura média estava crescendo a uma taxa crescente.

TABELA 1.26

Datas em março	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura média (°C)	6°	6°	1°	-4°	-6°	1°	3°	4°	9°	9°

7. Para fins de imposto de renda, você pode ter que declarar o valor dos seus bens, como carros ou geladeiras. O valor que você declara sofre uma depreciação ou queda, em função do tempo. A idéia é a de que um carro que você comprou por \$10.000,00 pode estar valendo somente \$5.000,00 alguns anos depois. O modo mais simples de se calcular o valor dos seus bens é usando “depreciação linear”, que assume o valor como sendo uma função linear do tempo. Se uma geladeira de \$950,00 perde completamente seu valor em sete anos, encontre uma fórmula para o seu valor em função do tempo.
8. Um avião gasta uma quantidade fixa de combustível para a decolagem, uma quantidade fixa (diferente) para o pouso e uma quantidade fixa por quilômetro quando está no ar. Como é que o consumo total de combustível depende do comprimento da viagem? Obtenha uma fórmula para a função envolvida. Explique o significado das constantes que aparecem na sua fórmula.
9. Esboce um gráfico razoável para as seguintes situações. Preste bastante atenção à concavidade dos gráficos e justifique sua argumentação.
- (a) O faturamento total, gerado por uma firma de aluguel de carros, em função da quantidade gasta em propaganda.
- (b) A temperatura de uma xícara de café quente, colocada em uma sala, em função do tempo.
10. Se  $f(x) = x^2 + 1$ , encontre:
- (a)  $f(t + 1)$     (b)  $f(t^2 + 1)$     (c)  $f(2)$     (d)  $2f(t)$     (e)  $[f(t)]^2 + 1$
11. Para  $g(x) = x^2 + 2x + 3$ , determine:
- (a)  $g(2 + h)$     (b)  $g(2)$     (c)  $g(2 + h) - g(2)$
12. Para  $f(n) = 3n^2 - 2$  e  $g(n) = n + 1$ , determine:
- (a)  $f(n) + g(n)$     (d)  $f(g(n))$   
 (b)  $f(n)g(n)$     (e)  $g(f(n))$   
 (c) O domínio de  $f(n)/g(n)$ .
13. Esboce o gráfico de uma função definida para  $x \geq 0$  com as seguintes propriedades. (Existem várias respostas possíveis.)
- (a)  $f(0) = 2$ .  
 (b)  $f(x)$  é crescente para  $0 \leq x < 1$ .  
 (c)  $f(x)$  é decrescente para  $1 < x < 3$ .  
 (d)  $f(x)$  é crescente para  $x > 3$ .  
 (e)  $f(x) \rightarrow 5$  quando  $x \rightarrow \infty$ .
14. Quando um novo produto é anunciado, cada vez mais pessoas o experimentam. No entanto, a taxa em que novas pessoas o experimentam diminui à medida que o tempo passa.
- (a) Esboce um gráfico do número total de pessoas que já experimentaram esse produto em função do tempo.  
 (b) O que você pode dizer a respeito da concavidade do gráfico?

JM

Esboce um possível

desligar a máquina  
a minha distância

em período de 24  
horação para a forma

para cima para  $x$

de  $x = 3$ ?  
variação de  $x =$

durante os pri-

do?

84 CÁLCULO

Converta as funções dos Problemas 15-16 para a forma  $P = P_0 a^t$ .

15.  $P = 2,91e^{0,55t}$     16.  $P = (5 \cdot 10^{-3})e^{-0,019t}$

17. (a) Use os dados da Tabela 1.27 para determinar uma fórmula do tipo

$$Q = Q_0 e^{rt}$$

que fornece o número de coelhos,  $Q$ , num dado instante  $t$  (em meses).

- (b) Qual é o período de duplicação aproximado para esta população de coelhos?  
 (c) Use sua equação para prever quando é que a população atingirá 1.000 coelhos.

TABELA 1.27

$t$	0	1	2	3	4	5
$Q$	25	43	75	130	226	391

18. Caso você precise de \$20.000,00 daqui a seis anos, quanto você deve depositar agora? (Suponha uma taxa de juros anual de 10%, capitalizados continuamente.)  
 19. Que taxa de juros nominal gera uma taxa efetiva anual de 5%?  
 20. Qual é a taxa efetiva anual correspondente a uma taxa de juros nominal de 8%?  
 21. Tipos variados de um mesmo elemento (chamados *isótopos*) podem ter meias-vidas bem diferentes. O decaimento de plutônio-240 é descrito pela fórmula

$$Q = Q_0 e^{-0,00011t}$$

enquanto o decaimento de plutônio-242 é descrito por

$$Q = Q_0 e^{-0,0000018t}$$

Encontre as meias-vidas do plutônio-240 e do plutônio-242.

22. A caixa craniana de um animal ainda possui 20% do carbono-14 que continha quando o animal morreu. A meia-vida do carbono-14 é de 5.730 anos. Encontre a idade aproximada dessa caixa craniana.  
 23. Suponha que os preços aumentem a uma taxa de 0,1% ao dia.  
 (a) Em que percentual os preços aumentam em um ano?  
 (b) A partir da sua resposta para a parte (a), tente adivinhar o período de duplicação aproximado para esses preços. Verifique sua resposta.  
 24. No início da década de 20, a Alemanha teve uma inflação tremendamente alta, chamada de hiperinflação. Fotografias da época registram pessoas indo ao mercado com carrinhos de mão cheios de dinheiro. Se uma bisnaga custava 1/4 DM em 1919 e 2.400.000 DM em 1922, qual foi a taxa de inflação anual média entre 1919 e 1922?  
 25. Cada planeta se movimenta em torno do Sol em uma órbita elíptica. O período orbital,  $T$ , de um planeta é o tempo que ele leva para dar uma volta em torno do Sol. O semi-eixo maior da órbita de cada planeta é o valor médio entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. Kepler descobriu que o período de um planeta é proporcional à potência 3/2 do seu semi-eixo maior. Qual é o período (em dias) da órbita de Mercúrio, o planeta mais próximo ao Sol, que tem semi-eixo maior igual a 58 milhões de km? Qual é o período (em anos) de Plutão, o planeta mais distante, com semi-eixo maior de 6.000 milhões de km? O semi-eixo maior da Terra é de 150 milhões km. [Sugestão: qual é o período da Terra?]

26. Relacion

(a)  $y =$

(b)  $y =$

(c)  $y =$

(l)

(IV)

(VII)

27. (a) Cons

(b) Cons

26. Relacione as seguintes fórmulas com os gráficos da Fig. 1.93:

- |                       |                               |                                       |
|-----------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $y = 1 - 2^{-x}$  | (d) $y = 1 - x^2$             | (g) $y = 2^{-x} \operatorname{sen} x$ |
| (b) $y = \log(x + 1)$ | (e) $y = \operatorname{tg} x$ | (h) $y = 1 + \cos x$                  |
| (c) $y = 2 \cos x$    | (f) $y = x^3 - x^2 - x + 1$   | (i) $y = \operatorname{arctg} x$      |

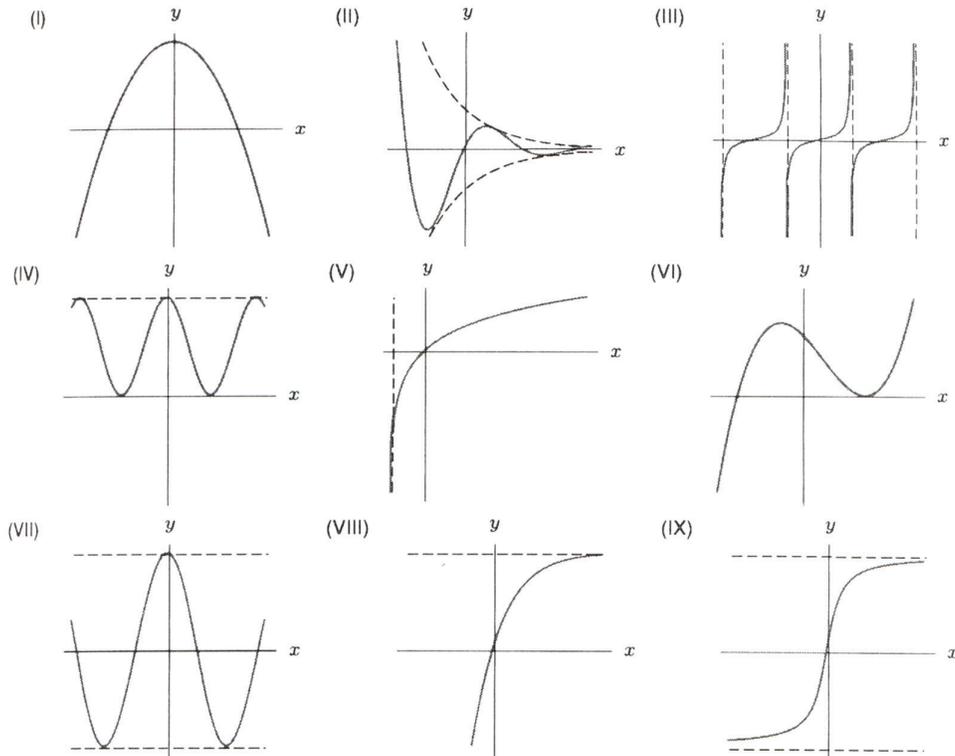


Fig. 1.93

27. (a) Considere as funções dadas na Fig. 1.94(a). Encontre as coordenadas de  $C$ .  
 (b) Considere as funções dadas na Fig. 1.94(b). Encontre as coordenadas de  $C$  em função de  $b$ .

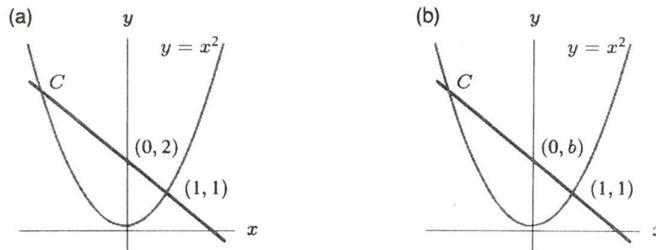


Fig. 1.94

gora? (Suponha

is bem diferen-

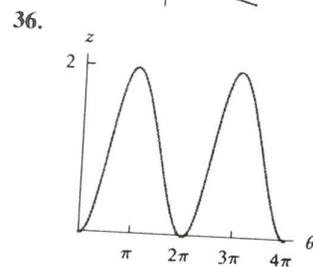
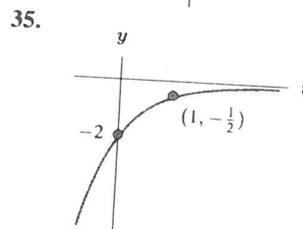
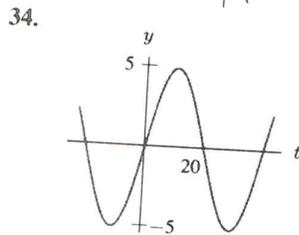
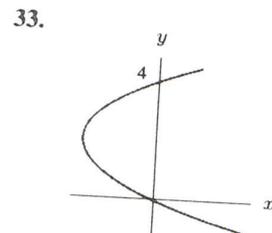
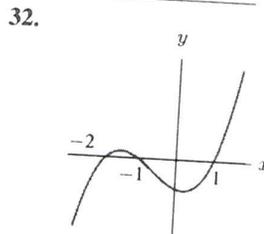
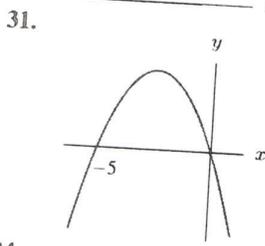
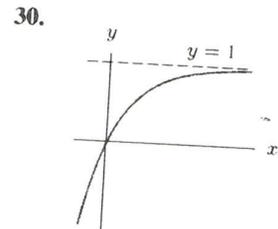
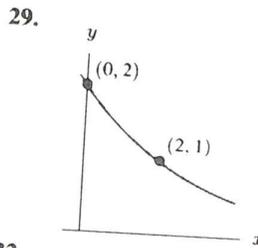
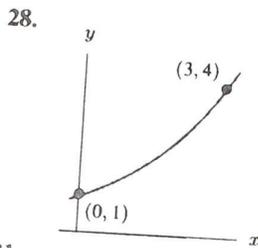
ndo o animal  
essa caixa cra-

o aproximado

da de hiperin-  
ção cheios de  
foi a taxa de

tal,  $T$ , de um  
da órbita de  
ler descobriu  
il é o período  
ior igual a 58  
di-eixo maior  
ção: qual é o

Encontre fórmulas para os gráficos das funções dadas nos Problemas 28-36.



37. (a) O que a Tabela 1.28 lhe diz sobre as raízes de  $\text{sen}(t^2) = 0$  no intervalo  $0 \leq t \leq 4$ ? Quais suas localizações aproximadas?

TABELA 1.28

$t$	0	1	2	3	4
$\text{sen}(t^2)$	0	0,84	-0,76	0,41	-0,29

- (b) O que uma calculadora que plote gráficos, ou um computador lhe diz sobre o número de raízes que a equação tem no intervalo  $0 \leq t \leq 4$ ?
- (c) Use uma calculadora ou um computador para estimar cada uma dessas raízes com precisão de uma casa decimal.
- (d) Explique por que a menor raiz positiva é  $\sqrt{\pi}$ ?
- (e) Encontre uma expressão simbólica exata (como  $\sqrt{\pi}$ ) para cada uma das outras raízes positivas que você encontrou.
38. (a) Defina  $\text{arcsen } x$ .  
 (b) Encontre  $\text{arcsen}(\text{sen } 1)$ ,  $\text{arcsen}(\text{sen } 2)$ ,  $\text{sen}(\text{arcsen } 1)$ ,  $\text{sen}(\text{arcsen } 2)$ .  
 (c) Justifique suas respostas para a parte (b).
39. Usando uma calculadora ou um computador, esboce um gráfico de  $y = \text{sen } x$ ,  $y = 0,4$  e  $y = -0,4$ .  
 (a) A partir do gráfico, faça uma estimativa, com precisão de uma casa decimal, para todas as soluções da equação  $\text{sen } x = 0,4$  com  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

- (b)  
 (c)  
 (d)  
 40. A l  
 tor  
 xir  
 hor  
 41. (a)  
 (b)  
 (c)  
 42. Ca  
 ma  
 fun

43. Dada  
 (a) E  
 (  
 (  
 (b) C  
 d  
 s

- (b) Use uma calculadora para encontrar  $\arcsen(0,4)$ . Qual é a relação entre  $\arcsen(0,4)$  e cada uma das soluções que você encontrou para a parte (a).
- (c) Faça uma estimativa para todas as soluções de  $\sen x = -0,4$  com  $-\pi \leq x \leq \pi$  (novamente, com precisão de uma casa decimal).
- (d) Qual é a relação entre  $\arcsen(0,4)$  e cada uma das soluções que você encontrou para a parte (c).

40. A profundidade de um tanque de água oscila, conforme uma senóide, uma vez a cada 6 horas, em torno de uma profundidade média de 7 metros. Se a profundidade mínima é de 5,5 metros e a máxima é de 8,5 metros, encontre uma fórmula para a profundidade em função do tempo, medido em horas. (Existem várias respostas possíveis.)
41. (a) Use uma calculadora que plote gráficos ou um computador, para determinar o período de  $2 \sen 4x + 3 \cos 2x$ .  
 (b) Dê sua resposta em forma exata (como um múltiplo de  $\pi$ ).  
 (c) Determine os períodos de  $\sen 4x$  e  $\cos 2x$ , e use esses valores para explicar sua resposta para a parte (a).
42. Cada uma das funções descritas pelos dados da Tabela 1.29 é crescente ao longo de seu domínio, mas cada uma cresce de forma diferente. Qual dos gráficos da Fig. 1.95 melhor se ajusta a cada função?

TABELA 1.29

$x$	$f(x)$	$x$	$g(x)$	$x$	$h(x)$
1	1	3,0	1	10	1
2	2	3,2	2	20	2
4	3	3,4	3	28	3
7	4	3,6	4	34	4
11	5	3,8	5	39	5
16	6	4,0	6	43	6
22	7	4,2	7	46,5	7
29	8	4,4	8	49	8
37	9	4,6	9	51	9
47	10	4,8	10	52	10



Fig. 1.95

43. Dado o gráfico de  $y = h(x)$  na Fig. 1.96:

(a) Esboce um gráfico de:

(i)  $y = h^{-1}(x)$

(ii)  $y = \frac{1}{h(x)}$

- (b) O que acontece com a assíntota, quando você esboça o gráfico da função inversa?

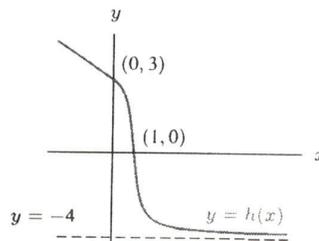


Fig. 1.96

$= 1$   
 $x$

$x$



4? Quais suas

numero de raízes  
 com precisão de

raízes positivas

4 e  $y = -0,4$ .  
 todas as solu-

44. (a) Qual é o efeito da transformação

$$y = p(x) \quad \text{para} \quad y = p(1 + x)$$

sobre o gráfico de  $p(x)$ ?

- (b) Se  $p$  é um polinômio de grau  $\leq 2$  tal que, para todo  $x$

$$p(x) = p(1 + x)$$

o que você pode dizer a respeito da  $p$ ?

45. Para cada uma das duas condições seguintes, encontre todos os polinômios  $p$  de grau  $\leq 2$  que satisfazem a condição para todo  $x$ . (a)  $p(x) = p(-x)$  (b)  $p(2x) = 2p(x)$
46. Em uma reação química, um *catalisador* é uma substância que acelera a reação mas que, ele mesma, não sofre transformação. Se o produto de uma reação é um catalisador, a reação é chamada de *autocatalítica*. Suponha que a taxa,  $r$ , de uma dada reação autocatalítica é proporcional à quantidade da substância original que ainda permanece vezes a quantidade de produto,  $p$ , produzido. Se a quantidade inicial da substância original é  $A$  e a quantidade que ainda permanece é  $A - p$ :
- (a) Exprima  $r$  em função de  $p$ .
- (b) Qual é o valor de  $p$  quando a reação está ocorrendo de forma mais rápida?
47. Glicose é injetada via intravenosa em um paciente a uma taxa constante  $k$ . A glicose presente na corrente sanguínea é removida a uma taxa proporcional à quantidade presente. Se  $R$  é a taxa global, na qual a quantidade  $G$  de glicose no sangue está aumentando:
- (a) Obtenha uma fórmula para  $R$  em função de  $G$ .
- (b) Esboce o gráfico de  $R$  versus  $G$ .
48. Uma população de peixes está se reproduzindo a uma taxa anual igual a 5% da população atual  $P$ . Enquanto isso, os peixes estão sendo pescados a uma taxa constante  $Y$  (medido em peixes por ano).
- (a) Obtenha uma fórmula para a taxa  $R$ , na qual a população está crescendo, em função de  $P$ .
- (b) Esboce o gráfico de  $R$  versus  $P$ .
49. Seja  $S(x)$  o número de horas de luz solar, num dia 21 de junho, sem nuvens, em função da latitude  $x$  (medida em graus).
- (a) O que é  $S(0)$ ? [Sugestão: a latitude  $0^\circ$  é o equador.]
- (b) Seja  $x_0$  a latitude do Círculo Ártico ( $x_0 \approx 66^\circ 30'$ ). No Hemisfério Norte,  $S(x)$  é dado por:

$$S(x) = \begin{cases} a + b \arcsen\left(\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x_0}\right) & \text{para } 0 \leq x \leq x_0 \\ 24 & \text{para } x_0 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

para constantes dadas  $a$  e  $b$ . Determine  $a$  e  $b$ .

- (c) Calcule  $S(x)$  para Tucson, no Arizona ( $x = 32^\circ 13'$ ), e Walla Walla, em Washington ( $x = 46^\circ 4'$ ).
- (d) Esboce o gráfico de  $S(x)$  para  $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$ , usando uma calculadora que plote gráficos ou um computador. O gráfico é suave?
50. A Fig. 1.97 contém o gráfico da função  $f$ , onde  $f(t)$  é a profundidade, em metros, abaixo do fundo do Oceano Atlântico, onde rochas de  $t$  milhões de anos podem ser encontradas.<sup>7</sup>
- (a) Calcule  $f(15)$  e diga o que significa em termos práticos.
- (b) A  $f$  é inversível? Justifique.
- (c) Calcule  $f^{-1}(120)$  e diga o que significa em termos práticos.
- (d) Esboce um gráfico da  $f^{-1}$ .

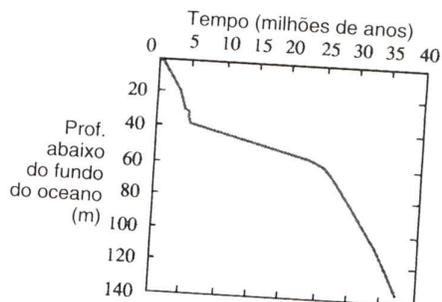


Fig. 1.97

<sup>7</sup>Dados do Dr. Murlene Clark, baseado em amostras extraídas com o navio de pesquisas *Glomar Challenger*, obtido de *Initial Reports of the Deep Sea Drilling Project*.

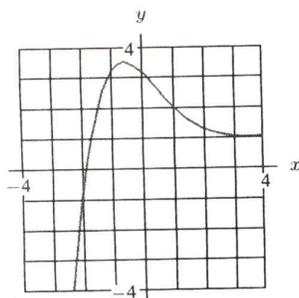
Come  
podem  
tempo  
(escal  
— não  
variaçã  
do nos  
A d  
va e, fi  
represe  
molécul

PROBLEMAS DE REVISÃO PARA O CAPÍTULO DOIS

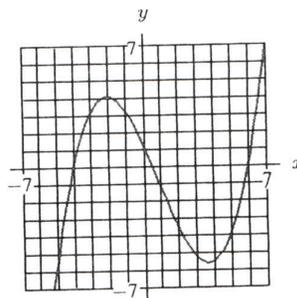
1. Usando uma calculadora ou um computador, esboce o gráfico de  $f(x) = x \sin x$  no intervalo  $-10 \leq x \leq 10$ .
  - (a) Quantos zeros a  $f(x)$  tem nesse intervalo?
  - (b) A  $f$  é crescente ou decrescente em  $x = 1$ ? E em  $x = 4$ ?
  - (c) Em qual intervalo a taxa de variação média é maior:  $0 \leq x \leq 2$  ou  $6 \leq x \leq 8$ ?
  - (d) A taxa de variação instantânea é maior em  $x = -9$  ou em  $x = 1$ ?
2. Para a função  $f(x) = \log x$ , faça uma estimativa para  $f'(1)$ . Com respeito ao gráfico da  $f(x)$ , você espera que sua estimativa seja maior ou menor do que  $f'(1)$ ?
3. Seja  $f(x) = x^2$ . Na Seção 2.2, calculamos uma estimativa para  $f'(1)$  fazendo uma tabela para os valores de  $x^2$  em uma vizinhança de  $x = 1$  (veja a Tabela 2.3). Faça o mesmo para  $x = -1$  e para  $x = 5$ . Em cada caso, faça uma estimativa para a derivada naquele ponto. Relembrando, do Exemplo 4 da Seção 2.3, que  $f'(2) \approx 4$  e  $f'(3) \approx 6$ , tente adivinhar uma fórmula geral para a derivada de  $f(x) = x^2$ .
4. Monte uma tabela de valores, como no Problema 3, com precisão de três casas decimais, para  $f(x) = x^3$  em uma vizinhança de  $x = 1$ ,  $x = 3$  e  $x = 5$ . Em cada caso faça uma estimativa para as derivadas  $f'(1)$ ,  $f'(3)$  e  $f'(5)$ . E então, tente adivinhar uma fórmula geral para  $f'(x)$ .
5. Para  $f(x) = \ln x$ , monte tabelas, como no Problema 3, com precisão de quatro casas decimais, na vizinhança de  $x = 1$ ,  $x = 2$ ,  $x = 5$  e  $x = 10$ . Use as tabelas para fazer estimativas de  $f'(1)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(5)$  e  $f'(10)$ . E então, tente adivinhar uma fórmula geral para  $f'(x)$ .
6. (a) Se  $f$  é par e  $f'(10) = 6$ , qual deve ser o valor de  $f'(-10)$ ?  
 (b) Se  $f$  é qualquer função par e  $f'(0)$  existe, qual deve ser o valor de  $f'(0)$ ?
7. Se  $g$  é uma função ímpar e  $g'(4) = 5$ , qual deve ser o valor de  $g'(-4)$ ?

Para os Problemas 8-9, esboce um gráfico da função derivada para as funções dadas.

8.

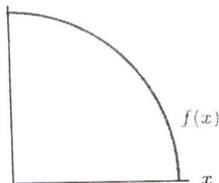


9.

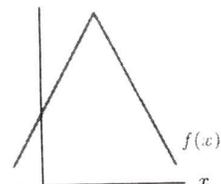


Esboce os gráficos das derivadas para as funções dadas nos Problemas 10-14. Certifique-se de que seus esboços estão coerentes com as características importantes das funções originais.

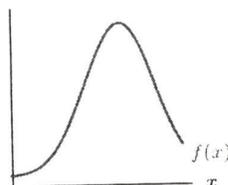
10.



11.



12.



13.

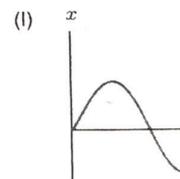


15. Esboce um p
- Para  $x < -$
  - Para  $-2 <$
  - Em  $x = 1,$
  - Para  $x > 1$

16. Pediu-se a três são apresent

- O aluno A
  - O aluno B
  - O aluno C
- resultados
- (a) Esboce c
  - (b) Explique
  - (c) Use o m
- incremer

17. Cada um dos do eixo  $x$  cor
- Durante este
- (a) Velocida
  - (b) A maior
  - (c) A maior



18. Sejam  $g(x)$
- (a) Encontr
  - (b) Encontr
  - (c) Se o grá
  - (d) Onde é c

IS

intervalo  $-10 \leq$

ico da  $f(x)$ , você

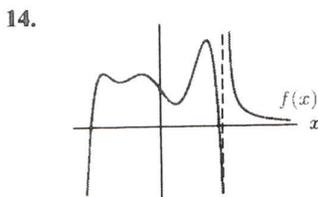
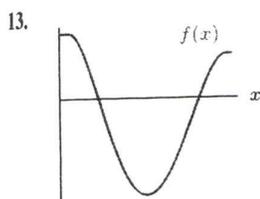
la para os valores  
para  $x = 5$ . Em  
mplo 4 da Seção  
 $f(x) = x^2$ .

icimais, para  $f(x)$   
tiva para as deri-

as decimais, na  
s de  $f'(1), f'(2)$ ,

ue-se de que seus

$f(x)$   
 $x$



15. Esboce um possível gráfico de  $y = f(x)$  das seguintes informações sobre sua derivada:

- Para  $x < -2, f'(x) > 0$  e a derivada é crescente.
- Para  $-2 < x < 1, f'(x) > 0$  e a derivada é decrescente.
- Em  $x = 1, f'(x) = 0$ .
- Para  $x > 1, f'(x) < 0$  e a derivada é decrescente (ficando cada vez mais negativa).

16. Pediu-se a três alunos que calculassem o valor de  $f'(4)$  a partir dos dados da seguinte tabela, onde são apresentados os valores da função  $f$ :

$x$	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	4.2	4.1	4.2	4.5	5.0	5.7

- O aluno A estimou a derivada como  $f'(4) \approx \frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 0,5$ .
  - O aluno B estimou a derivada como  $f'(4) \approx \frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 0,3$ .
  - O aluno C sugeriu que se deveria dividir a diferença e tomar como estimativa a média dos dois resultados, i.e.,  $f'(4) \approx \frac{1}{2}(0,5 + 0,3) = 0,4$ .
- (a) Esboce o gráfico da  $f$ , e indique como as três estimativas são representadas neste gráfico.  
 (b) Explique qual resultado deve ser o melhor.  
 (c) Use o método do aluno C para encontrar uma fórmula algébrica para aproximar  $f'(x)$ , usando incrementos de tamanho  $h$ .

17. Cada um dos gráficos, na Fig. 2.51, mostra a posição de uma partícula se movimentando ao longo do eixo  $x$  como uma função do tempo,  $0 \leq t \leq 5$ . As escalas verticais dos gráficos são as mesmas. Durante este intervalo de tempo, que partícula tem

- (a) Velocidade constante? (d) Velocidade média nula?  
 (b) A maior velocidade inicial? (e) Aceleração nula?  
 (c) A maior velocidade média? (f) Aceleração positiva sempre?

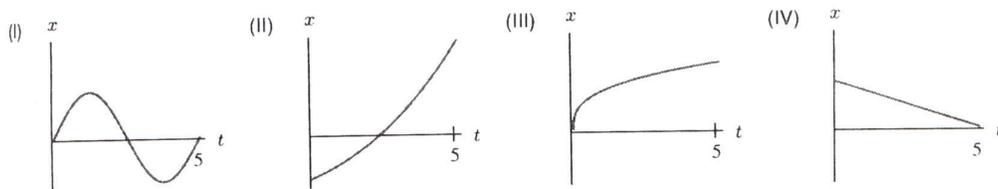


Fig. 2.51

18. Sejam  $g(x) = \sqrt{x}$  e  $f(x) = kx^2$ , onde  $k$  é uma constante.
- (a) Encontre a inclinação da reta tangente ao gráfico da  $g$  no ponto  $4, 2$ .  
 (b) Encontre a equação desta reta tangente.  
 (c) Se o gráfico da  $f$  passa pelo ponto  $4, 2$ , encontre  $k$ .  
 (d) Onde é que o gráfico da  $f$  intercepta a reta tangente?

19. Um círculo de centro na origem e raio de comprimento  $\sqrt{19}$  tem equação  $x^2 + y^2 = 19$ . Esboce o gráfico do círculo.
- Somente observando o gráfico, o que se pode dizer sobre a inclinação da reta tangente ao círculo no ponto  $(0, \sqrt{19})$ ? E sobre a inclinação da tangente em  $(\sqrt{19}, 0)$ ?
  - Faça uma estimativa para a reta tangente ao círculo, no ponto  $(2, -\sqrt{15})$ , traçando, cuidadosamente, uma reta tangente neste ponto.
  - Use o resultado do item (b) e a simetria do círculo, para encontrar a inclinação das retas tangentes ao círculo, traçadas nos pontos  $(-2, \sqrt{15})$ ,  $(-2, -\sqrt{15})$  e  $(2, \sqrt{15})$ .

20. Uma pessoa com uma determinada doença no fígado apresenta, no início da doença, concentrações cada vez maiores de determinadas enzimas no sangue (chamadas SGOT e SGPT). À medida que a doença progride, a concentração destas enzimas cai, primeiramente para o nível normal e, eventualmente, para zero (quando a maioria das células do fígado já morreu). O monitoramento do nível destas enzimas permite aos médicos acompanharem o progresso de um paciente com esta doença. Se  $C = f(t)$  é a concentração das enzimas no sangue, em função do tempo:

- Esboce um possível gráfico de  $C = f(t)$ .
- Marque, no gráfico, os intervalos onde  $f' > 0$  e onde  $f' < 0$ .
- Em termos práticos, o que  $f'(t)$  representa?

21. O tamanho de uma manada de corças é modelado por

$$P(t) = 4000 + 400 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 180 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

onde  $t$  é medido em meses a partir de primeiro de abril.

- Use uma calculadora ou um computador para esboçar um gráfico que mostre como a população varia com o tempo.

Use um gráfico para responder às perguntas que se seguem.

- Quando é que a manada assume seu maior valor? Ela é composta de quantas corças neste instante?
- Quando é que a manada assume seu menor valor? Ela é composta de quantas corças neste instante?
- Quando é que a manada está crescendo de modo mais rápido? Quando é que está diminuindo de modo mais rápido?
- De quanto a manada está crescendo em primeiro de abril?

22. Uma função contínua, definida para todo  $x$ , tem as seguintes propriedades:

- $f$  é crescente.
- $f$  é côncava para baixo.
- $f(5) = 2$ .
- $f'(5) = \frac{1}{2}$ .

- Esboce um possível gráfico para a  $f$ .
- Quantos zeros a  $f$  tem?
- O que você pode dizer a respeito da localização dos zeros?
- Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ?
- É possível ter  $f'(1) = 1$ ?
- É possível ter  $f'(1) = \frac{1}{2}$ ?

23. Esboce o formato do gráfico de um polinômio quadrático,  $f$ , dado que:

- $(1, 3)$  está no gráfico da  $f$ .
- $f'(0) = 3, f'(2) = 1, f'(3) = 0$ .

24. Esboce o formato do gráfico de um polinômio cúbico,  $f$ , dado que:

- $(0, 3)$  está no gráfico da  $f$ .
- $f'(0) = 4, f'(1) = 0, f'(2) = -\frac{4}{3}, f'(4) = 4$ .