

Complementos de Matemática

CM 024 - TN1- Administração

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA: Derivadas

Sejam $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função e $a \in \mathbb{R}$. A derivada de f no ponto a , caso exista, é o número

$$f'(a) \doteq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Exercício 1 Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x^2 + x - 1$. Para $h \neq 0$ calcule os seguintes valores:

(a) $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$;

(c) $\frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$;

(e) $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$;

(b) $\frac{f(5+h) - f(5)}{h}$;

(d) $\frac{f(0+h) - f(0)}{h}$;

(f) $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, $a \in \mathbb{R}$;

Exercício 2 Repita o exercício anterior para a função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 - 3$.

Exercício 3 Com respeito as funções f e g dos exercícios anteriores, calcule:

(a) $f'(3)$ e $g'(3)$;

(c) $f'(-2)$ e $g'(-2)$;

(e) $f'(1)$ e $g'(1)$;

(b) $f'(5)$ e $g'(5)$;

(d) $f'(0)$ e $g'(0)$;

(f) $f'(a)$ e $g'(a)$, $a \in \mathbb{R}$;

Exercício 4 Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são duas funções tais que $f'(a) = g'(a)$, então podemos concluir que $f(a) = g(a)$?

Exercício 5 Considere as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + x + 5$ e $g(x) = x^2 + x + 100$.

(a) Calcule $f'(3)$ e $g'(3)$;

(b) O que difere estas funções? Qual a relação entre as derivadas?

Exercício 6 Suponha que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função cuja derivada é a função $f'(x) = x^2 - x + 2$.

(a) Otenha a função f ;

(b) Ela é única?

Exercício 7 Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + x$. Obtenha a reta tangente ao gráfico de f nos pontos:

(a) $A = (0, 0)$;

(b) $B = (1, 2)$;

(c) $C = (2, 6)$;

Exercício 8 Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Utilizando o conceito de derivadas, obtenha:

(a) O intervalo no qual f é crescente;

- (b) O intervalo no qual f é decrescente;
- (c) O valor de x no qual f atinge seu mínimo;

Exercício 9 Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$. Utilizando derivadas obtenha:

- (a) Os intervalo nos quais f é crescente;
- (b) Os intervalo nos quais f é decrescente;
- (c) O valores de x nos quais $f'(x) = 0$;

Exercício 10 Esboce o gráfico de uma função f que satisfaz as seguintes propriedades:

- (a) $f'(x) > 0$ no intervalo $(1, 3)$;
- (b) $f'(x) < 0$ se $x < 1$ e $x > 3$;
- (c) $f'(x) = 0$ se $x = 1$ e $x = 3$;

Exercício 11 Esboce o gráfico de uma função f que satisfaz as seguintes propriedades:

- (a) $f'(x) > 0$ se $x < -1$;
- (b) $f'(x) < 0$ se $x > -1$;
- (c) $f'(x) = 0$ se $x = -1$;

Exercício 12 A temperatura, T , em graus Celsius, de um inhame inicialmente frio colocado em um forno quente é dada por $T = f(t)$, onde t é o tempo, em minutos, desde o momento em que o inhame é colocado no forno.

- (a) Qual é o sinal de $f'(t)$? Por quê?
- (b) Qual é a unidade de $f'(20)$? Qual o significado prático da afirmação $f'(20)$?