CM 095 - Análise I

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA AVALIATIVA 2: Entregar dia 5 de novembro

Exercício 1 *Considere um conjunto $A \subset \mathbb{R}$.*

(a) Mostre que A é aberto se, e somente se, A^C é fechado;

(b) Mostre que se A é compacto, então A^C é aberto;

Exercício 2 *Sejam $x = \{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ e $y = \{y_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sequências de números reais.*

(a) Mostre que se $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ é convergente, então é de Cauchy;

(b) Defina a seguinte relação:

$$x \sim y \;\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} (|x_n - y_n|) = 0.$$

Mostre que $x \sim y$ e $y \sim z \Rightarrow x \sim z$, sendo $z = \{z_n\}_{n\in\mathbb{N}}$;

Exercício 3 *Suponha que a série $\sum_{n\in\mathbb{N}} x_n$ seja absolutamente convergente e $y = \{y_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ uma sequência limitada. Mostre que $\sum_{n\in\mathbb{N}}(x_n y_n)$ converge;*

Exercício 4 *Suponha que uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfaça a seguinte propriedade: Existe um $M > 0$ tal que*

$$|f(x) - f(y)| \leqslant M|x - y|, \;\forall x, y \in \mathbb{R}.$$

(a) Mosre que f é contínua;

(b) Mostre que se $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência de Caucly, então $\{f(x_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência de Cauchy;