CM 095 - Análise I

Professor:
Fernando de Ávila Silva
Departamento de Matemática - UFPR

PRIMEIRA PROVA - 18/09/17

- Não serão aceitas respostas sem justificativas;
- Resultados provados em sala podem ser utilizados. Você deve deixar claro onde está usando cada um destes resultados;

---

1 Obrigatórios

Exercício 1 *(2 pontos) Sejam X e Y conjuntos finitos. Mostre que*

$$card(X \cup Y) = card(X) + card(Y) - card(X \cap Y)$$

Exercício 2 *(1 ponto) Prove que $2(1+2+3+\ldots+n) = n(n+1)$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.*

Exercício 3 *(1 ponto) Podem existir dois conjuntos $A, B \subset \mathbb{R}$ tais que: A é enumerável, B é não enumerável e ainda assim $A \cap B$ é não enumerável? Justifique.*

Exercício 4 *(1 ponto) Seja A um subconjunto limitado de $\mathbb{R}$. Mostre que $\inf(A) \leqslant \sup(A)$.*

2 Resolva apenas duas

Exercício 5 *(2,5 pontos) Suponha que A_m é um conjunto enumerável, para cada $m \in \mathbb{N}$. Mostre que o conjunto*

$$A = \bigcup_{m \in \mathbb{N}} A_m$$

é enumerável.

Exercício 6 *(2,5 pontos) Um subconjunto $A \subset \mathbb{R}$ é dito denso em $\mathbb{R}$ se vale a seguinte propriedade:*

para todo $x, y \in \mathbb{R}$, com $x < y$, existe $a \in A$ tal que
$$x < a < y.$$

Mostre que nenhum sobconjunto denso em $\mathbb{R}$ pode possuir supremo e nem ínfimo.

Exercício 7 *(2,5 pontos) Mostre que se $A \subset \mathbb{R}$ contém uma de suas cotas superiores, então esta cota superior é o supremo de A.*