

Cálculo 2

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 8: Integrais de Linha

Exercício 1 Calcule $\int_{\gamma} \vec{F} d\gamma$ nos seguintes casos:

(a) $F(x, y, z) = (x, y, z)$ e $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$, com $t \in [0, 2\pi]$.

(b) $F(x, y, z) = (0, 0, x + y + z)$ e $\gamma(t) = (t, t, 1 - t^2)$, com $t \in [0, 1]$.

(c) $F(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$ e $\gamma(t) = (2\cos(t), 3\sin(t), t)$, com $t \in [0, 2\pi]$.

Exercício 2 Calcule $\int_{\gamma} x dx + y dy$, sendo $\gamma(t) = (t^2, \sin(t))$, com $t \in [0, \pi/2]$

Exercício 3 Calcule $\int_{\gamma} x dx - y dy$, sendo γ o segmento de extremidades $(1, 1)$ e $(2, 3)$, no sentido de $(1, 1)$ para $(2, 3)$.

Exercício 4 Calcule a integral $\int_{\gamma} -y dx + x dy$, sendo γ a curva cuja imagem é a elipse

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

percorrida no sentido anti-horário.

Exercício 5 Verifique que o campo $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$, definido por

$$F(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right),$$

não é conservativo.

Exercício 6 Utilizando o teorema de Green, calcule a área delimitada pela elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Exercício 7 Utilizando o teorema de Green, calcule a integral

$$\int_{\gamma} x^2 dx + xy dy,$$

sendo γ a curva descrita pelo triângulo de vértices $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 1)$, percorrido de A para B , A para B e C para A .