

CMM 032 - Cálculo 2
Professor:
Fernando de Ávila Silva
Departamento de Matemática - UFPR
PROVA 3 - 29/11/2019

Exercício 1 (30 pontos) Calcule as integrais abaixo:

(a) $\int \int_R (x + y) dx dy$, sendo R o retângulo $0 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq 1$.

(b) $\int \int_R xye^{x^2-y^2} dx dy$, sendo R o retângulo $-1 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 3$.

(c) $\int \int_B \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, sendo B o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$.

Exercício 2 (30 pontos) Utilizando o teorema de Green, calcule:

(a) a área delimitada pela elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

(b) a integral

$$\int_{\gamma} x^2 dx + xy dy,$$

sendo γ a curva descrita pelo triângulo de vértices $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 1)$, percorrido de A para B , B para C e C para A .

Exercício 3 (20 pontos) Calcule o volume do conjunto

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \text{ e } x + y \leq z \leq x + y + 2\}.$$

Exercício 4 (20 pontos) Mostre que o campo $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$, definido por

$$F(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right),$$

não é conservativo.

Exercício 5 (20 pontos) Mostre que a integral de linha de um campo contínuo e conservativo sobre uma curva fechada é igual a zero.