MATRIZES – EXERCÍCIOS – Prof. Jomar

1. Qualifique como V ou F:

a. ( ) Se A e B são matrizes do mesmo tipo, então existe AB e BA;
b. ( ) Se A e B são quadradas de mesma ordem, então existe AB e BA;
c. ( ) Se A e B são matrizes, podemos ter AB=0 com $A\neq 0$ e $B\neq 0$.
d. ( ) Se $A\neq 0$, podemos ter AB=AC, sem que B e C sejam iguais;
e. ( ) Se A e B são matrizes quadradas de mesma ordem, então AB é sempre diferente de BA;
f. ( ) Se $A^2=0$, então a matriz é nula;
g. ( ) Se A=0 ou B=0, então AB=0.

2. Com base na definição $A^1=A$ e $A^n=A.A....A$, $n\in\{2;3;4; ...\}$, determine:

A^2, A^3 e A^{100}, sendo $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Se AB=A e BA=B, prove que $A^2=A$.

4. (FUVEST) Considere as matrizes:

$A=(a_{ij})$, 4x7 definida por $a_{ij} = i - j$;
$B=(b_{ij})$, 7x9 definida por $b_{ij} = i$;
$C=(c_{ij})$, C=AB.
Dessa forma, o elemento c_{63} é:

5. Seja $A=\begin{bmatrix} \mathbf{x} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & \mathbf{y} \end{bmatrix}$ e I_2. Obter x e y para que AB-BA=I.

6. (CESCEM) Determine x, $0<x<2\pi$, para os quais:

$$\begin{bmatrix} \cos \mathbf{x} & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

7. Sendo A_2, obtenha A sabendo que AA'=0.

8. (FEI) Sejam A_2 e A', determine A tal que A=2 A'.

9. Se A e B são matrizes quadradas de ordem n que possuem inversas clássicas, prove que:
a) $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$; b) $(A^{-1})'=(A')^{-1}$; c) $(A^{-1})=A$; d) $(ABA^{-1})^2=AB^2A^{-1}$; e) $(ABA^{-1})^{-1}=AB^{-1}A^{-1}$.

10. Exprimir X, sendo A, B e X matrizes de mesma ordem e invertíveis.
a) AX=B; b) AXB=I; c) ABX=B'; d) $ABA^{-1}X=A'$.

11. Mostre que $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ não admite inversa clássica.

12. Sendo A e B invertíveis e I a indentidade, o valor de X na equação matricial é:

13. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, determine $X=(AB^{-1})'$.

14. Obtenha a forma escalonada das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$; e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 22 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix}$

15. Obter a inversa clássica de A, se existir. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 13 \\ 4 & 9 & 17 \end{bmatrix}$