As duas primeiras colunas $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$ de X formam uma base para o espaço coluna de X, logo dim $[\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\}] = 2$. □

EXERCÍCIOS

1. Para cada uma das matrizes a seguir, encontre uma base para o espaço linha, uma base para o espaço coluna e uma base para o núcleo.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 7 & 8 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -3 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Em cada um dos itens a seguir, determine a dimensão do subespaço de R^3 gerado pelos vetores dados.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{(c)} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 & 4 & 9 \\ 3 & 6 & 7 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

(a) Calcule a forma escada reduzida por linhas U de A. Quais os vetores colunas de U que correspondem às variáveis livres? Escreva cada um desses vetores colunas como uma combinação linear dos vetores colunas correspondentes às variáveis líderes.

(b) Quais os vetores colunas de A que correspondem às variáveis líderes de U? Esses vetores colunas formam uma base para o espaço coluna de A. Escreva cada um dos vetores colunas de A como uma combinação linear dos vetores dessa base.

4. Para cada uma das escolhas de A e b a seguir, determine se $\mathbf{b}$ pertence ao espaço coluna de A e diga se o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ é ou não compatível.

$$\text{(a)}\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{(b)}\ A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{(c)}\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{(d)}\ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{(e)}\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{(f)}\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$