Universidade Federal do Paraná

Lista de Exercícios Complementar para Prova 4

Instruções: Esta lista de exercícios corresponderá a nota da prova 3. Deverá ser entregue da seguinte maneira:

- em formato PDF via email para o endereço mbrito@ufpr.br.
- o nome do arquivo deverá ser seu GRR da seguinte forma: GRR20xxyyyy.pdf
- o assunto do email deverá ser "lista complementar - GRR20xxyyyy".
- a data limite para entrega da lista é dia 13/12/2016.
- Na ausência de uma (tentativa de) resolução das questões 2 **e** 3 o trabalho receberá nota zero.

Questão 1: a) Utilize o processo de Gram-Schmidt para encontrar um base ortonormal para o subespaço de $\mathbb{R}^4$ que tem como base o conjunto

$$\{(1,1,-1,0),(0,2,0,1),(-1,0,0,1)\}.$$

b) Complete a base obtida no item anterior a uma base de $\mathbb{R}^4$ de forma ortogonal.
c) Expresse um vetor genérico (x,y,z,w) como combinação linear de vetores da base de $\mathbb{R}^4$ obtida no item anterior.

Questão 2 Considere seu GRR da seguinte maneira: GRR20AAabcd. Encontre uma base **ortogonal** para o sistema homogêneo dado por

$$\begin{cases} x+ay+cz=0 \\ bx+dy+z=0. \end{cases}$$

Por exemplo, se seu GRR for 20161234 então o sistema a ser considerado é:

$$\begin{cases} x+1y+3z=0 \\ 2x+4y+z=0. \end{cases}$$

Para as questões a seguir, leia antes o conteúdo da seção 4.1.2 e 4.1.3 do livro "Álgebra Linear a aplicações"do Reginaldo Santos. Sugiro também as seções 6.1-6.3 do livro "Álgebra Linear com aplicações"do Steven Leon.

Questão 3 Para seu GRR escrito como no exercício anterior (GRR20AAabcd),

a) encontre o polinômio característico das seguintes matrizes:

$$A=\begin{bmatrix} a & d & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 2 & 3 & b \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 1 & c & 6 \\ 3 & b & 3 \\ a & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Observação: O polinômio característico de uma matriz A é definido como sendo o polinômio característico do operador linear T que tem a A como sua matriz em alguma base de $\mathbb{R}^3$.

b) Encontre os autovalores da matriz A.

c) Seja $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ um operador linear tal que A é matriz de T na base canônica. Encontre uma base de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores de T e escreva a matriz de T nesta base.

Questão 4 Encontre a matriz P tal que $P^{-1}AP$ é uma matriz diagonal, onde

a) $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

b) $A=\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$