Resumo 7 - Cálculo de Probabilidade

6.1.Conceitos Inicias de Probabilidade

– **Experimento Aleatório (E)**: qualquer processo de observação em seus resultados sejam sujeitos unicamente ao acaso. Quando o experimento é executado repetidas vezes, os resultados surgirão seguindo uma regularidade. É essa regularidade que torna possível construir um modelo matemático preciso com o qual se analisará o processo.
– **Espaço Amostral (Ω)**: é o conjunto formado por todos os resultados possíveis do experimento aleatorio. Os elementos de Ω são chamados pontos amostrais. Conjunto de eventos possíveis.
– **Evento Aleatório**: é um subconjunto de resultados possíveis de Ω . Dizemos que um evento A ocorre se ocorrer um de seus resultados.
– **Evento Aleatório Simples:** pode ser escrito por uma característica.
– **Evento Aleatório Combinado (composto):** é um evento que possui duas ou mais características.

6.2. ***Operações com eventos***

- **Intersecção**
- **União**
- **Exclusão (disjuntos)**. Dois eventos são mutuamente excludentes se ambos os evento não podem ocorrer ao mesmo tempo.
- **Complemento de um evento A** inclui todos os eventos que não fazem parte do evento A.

Exemplo 1:

Numa população com 200 ovinos das raças Hampshire Down e Suffolk, os animais podem ser fecundos e não fecundos.

Raça	Fecundidade		Total
	Sim	Não	
Hampshire Down	120	30	150
Suffolk	15	35	50
Total	135	65	200

(a) Dê exemplo de um evento simples.
(b) Dê exemplo de um evento combinado.
(c) Qual é o complemento d o evento o animal ser da raça Hampshire Down?
(d) Por que “animal ser da raça Suffolk e ser fecundo” é um evento combinado?

6.3. Probabilidades

6.3.1. ***Enfoque Clássico***

$$P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$$

6.3.2. ***Enfoque Estatístico***

$$P(A) = \lim_{n \to \infty}\left(\frac{m}{n}\right)$$

6.3.3. A*xiomas*

(i) $0 \le P(A) \le 1$.
(ii) P(Ω) = 1.

6.3.4. Algumas Propriedades da Probabilidade

– Se $\emptyset$ for o conjunto vazio, então P($\emptyset$) = 0.
– Se A^c for o evento complementar de A, então

$$P(A) = 1- P(A^c)$$

– Se A e B forem dois eventos quaisquer de Ω , então

$$P(A \cup B)= P(A)+ P(B) – P(A \cap B).$$

Exemplo 2:

Com relação ao exemplo 1, se um animal for selecionado aleatoriamente, qual a probabilidade de que:

(a) O animal seja Hampshire?
(b) O animal seja Suffolk?
(c) O animal seja Hampshire e fecundo?
(d) O animal seja Suffolk ou não seja fecundo?
(e) O animal seja Hampshire ou seja fecundo?

6.3.5. Probabilidade Condicionada

$$P(A|\ B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

6.3.6. Teorema da multiplicação

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|\ B)$$

ou

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|\ A)$$

6.3.7. Eventos Independentes

$$P(A|B) = P(A)$$

ou

$$P(B|A) = P(B)$$

Exemplo 3: Um cientista quer saber se existe dependência entre a cegueira para cores e a surdez no homens. Para tanto ele observou um grande número de homens e obteve as seguintes probabilidades:

Cegueira	Surdez		Total
	Sim (S)	Não (NS)	
Sim (C)	0,0004	0,0796	0,0800
Não (NC)	0,0046	0,9154	0,9200
Total	0,0050	0,9950	1,0000

Qual a probabilidade de um indivíduo selecionado ser surdo, sabendo que ele é cego?

6.3.8. Teorema da Probabilidade Total

$$P(B) = P(A_1) . P(B|A_1) + P(A_2). P(B|A_2) + ...+ P(A_n) . P(B|A_n)$$

ou $$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|\ A_i) \times P(A_i)$$

6.3.9. Teorema de Bayes

$$P(A_i|\ B) = \frac{P(A_i) \times P(B|\ A_i)}{P(B)}.$$

Exemplo 4: Uma empresa de sementes fiscalizadas vende pacotes com 20Kg cada. As máquinas A, B e C enchem 25, 35 e 40% do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina 5, 4 e 2%, respectivamente, são pacotes fora do peso aceitável. Escolha-se um pacote ao acaso, qual a probabilidade dele estar fora do peso? Escolha-se ao acaso um pacote e verifica-se que esta fora do peso aceitável. Qual a probabilidade de que o pacote tenha vindo da fábrica A?